Joachim Stiller

Über die Stoßgesetze

Über die Stoßgesetze

Der Impulssatz

1. Der Impulssatz für abgeschlossene Systeme

„Zwei Billardkugeln stoßen aufeinander. Will man die Geschwindigkeit der beiden *nach dem Stoß* berechnen, so reicht der Energiesatz nicht aus; denn er liefert nur eine Gleichung mit der man nur „eine“ Unbekannte bestimmen könnte. Wir müssen die Stoßvorgänge gesondert betrachten:

Versuch 1: Auf einer Fahrbahn ruht ein Wagen, der links eine elastische Feder trägt (v2 = 0).Auf sie stößt von links ein zweiter Wagen gleicher Masse mit der Geschwindigkeit v1 = O,8 m/s, wie eine automatische Zeitmessung zeigt. Durch den Stoß kommt der stoßende Wagen zum Stehen (u1 = 0), während der gestoßene mit u2 = 0,8 m/s weiterfährt. Der gestoßene Wagen übernahm also voll die Energie des stoßenden. Der Energieerhaltungssatz wäre bei diesem **elastischen Stoß** aber auch erfüllt, wenn der gestoßene Wagen nur die Hälfte der Energie übernommen hätte. Mit dem Energiesatz allein kann man also die mit u bezeichnete Geschwindigkeit nach dem Stoß nicht berechnen. Ferner gibt es Stoßvorgänge, bei denen der Energieerhaltungssatz der Mechanik der Mechanik nicht gilt:

Versuch 2: Man wiederholt Versuch 1, ersetzt aber die elastische Feder durch einen Klumpen *Klebwachs.* Er hält nach dem Stoß beide Wagen zusammen; diese fahren nun nur mit u = 0,4 m/s, also der halben Geschwindigkeit, weiter. Dabei ging kinetische Energie verloren: Wenn die Masse jedes Wagens 1 kg beträgt, so hatte der stoßende vorher die kinetische Energie W kin1 = ½ m v1² = 0,32. Beide zusammen haben nachher nur noch W kin2 = ½ (m1 + m2). U² = 0,16 J. Beim Stoß wurde nämlich das Klebwachs *plastisch* verformt; dabei verschoben sich Teile im Wachs unter Reibung gegeneinander. Da diese Verschiebungen nicht wieder rückgängig gemacht werden, bleiben bei diesem sogenannten **plastischen Stoß** die beiden Wagen beisammen. Wir dürfen auf ihn den Energieerhaltungssatz der Mechanik nicht anwenden. Vielmehr müssen wir auf die *Newtonschen Grundsätze* zurückgehen wenn wir sowohl den unelastischen Stoß in Versuch 1 wie auch den elastischen in Versuch 2 verstehen wollen:

Der Körper 2 der Masse m2 befindet sich in Ruhe oder habe die Geschwindigkeit v2. Auf ihn stößt ein anderer Körper (Masse m1) mit der Geschwindigkeit v1. In den Versuchen änderten beide Körper ihre Geschwindigkeiten, der Körper 1 mit der Masse m1 um Δv1, der Körper 2 um Δv2. Nun kennen wir weder die Zeit Δt während der die Körper aufeinander einwirken noch ihre Verformbarkeit; trotzdem können wir eine allgemeingültige Aussage machen: Nach dem Gesetz von *actio und reactio* ist die Kraft F2, welche der Körper 2 vom anderen erfährt untrennbar mit der gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft F1 verbunden welche der Körper 1 erfährt. Wir setzen nun voraus, dass das System gegenüber äußeren Kräften abgeschlossen ist (die Gewichtskraft der Wagen waren durch die Schienen ausgeglichen der Luftwiderstand spielte während des kurzzeitigen Zusammenpralls gegenüber den großen Stoßkräften F1 und F2 keine Rolle=. Also gilt für die Kräfte F1 und F2 während des Stoßes:

(1) F2 = - F1.

Hieraus folgt mit der Newtonschen Bewegungsgleichung $F = m\ a = m\ \Delta v / \Delta t$:

(2) $m2\ a2 = -\ m1\ a1$ oder: $m2\ \Delta v2 / \Delta t = -\ m1\ \Delta v1 / \Delta t$:

Da der Körper:1 genau so lange auf den Körper 2 mit der Kraft f2 wirkt, wie Körper 2 auf 1 mit F1, so können wir mit dieser gemeinsamen Zeit Δt multiplizieren und erhalten:

(3) $m2\ \Delta v2 = -\ m1\ \Delta v1$.

In Übereinstimmung mit dem Versuch 1 gibt das Minuszeichen an dass die Geschwindigkeitsänderungen entgegengesetzt gerichtet sind: Vergrößert sich die Geschwindigkeit des gestoßenen Wagens so nimmt die des stoßenden ab. Sind zum Beispiel die beiden Massen gleich, so wird $\Delta v2 = -\ \Delta v1$: Die Geschwindigkeitsänderungen der beiden Körper sind beim Stoß gleich groß und entgegengesetzt gerichtet.

Um den Inhalt der Gleichung (3) auch beim Stoß *verschiedener* Massen einfach aussprechen zu können, nennen wir das Produkt *Masse mal Geschwindigkeit* den **Impuls** (impellere, lat.: anstoßen).

Definition: Unter dem Impuls p eines Körpers der Masse m, der sich mit der Geschwindigkeit v bewegt versteht man die Vektorgröße

(4) $\mathbf{p = m\ v}$.

Die Einheit des Impulses ist 1 kg m /s.

Aus: Dorn Bader: Physik - Oberstufe MS, (S.99-101)

Die Stoßgesetze

1. Die Bedeutung des Impulssatzes für Stoßvorgänge

„Der Impulssatz gilt in abgeschlossenen Systemen für Vorgänge von beliebiger Dauer. Man wendet ihn mit Vorteil bei Stößen an. Dabei überwiegt die als innere Kräfte aufzufassenden Stoßkräfte die von außen kommenden Einwirkungen (Luftwiderstand und so weiter) bei weiten. Zudem kennt man im allgemeinen die Größe der Stoßkräfte nicht trotzdem kann man den Impulssatz anwenden. Zunächst behandeln wir sogenannte **gerade Stöße.** Bei ihnen liegen alle Geschwindigkeitsvektoren vor und nach dem Stoß in einer Linie:

2. Der gerade unelastische Stoß

Versuch 3: Ein bifilar (an zwei Fäden) aufgehängter Sandsack stößt auf einen ruhenden. (Oder ein Fahrbahnwagen stoßt auf einen anderen, wobei nach Versuch 2 die Stoßstelle mit Klebewachs versehen ist.) Beide Körper bewegen sich anschließend mit der gleichen Geschwindigkeit weiter; sie kleben aneinander. Beim Stoß verschieben sich die Sand- oder Wachsteilchen gegeneinander und zeigen keinerlei elastische Kraft, um die erlittene Verformung rückgängig zu machen und um die Körper wieder auseinanderzutreiben. Wir haben einen **völlig unelastischen Stoß.** Dabei geht ein Teil der kinetischen Energie verloren, da im Sand Reibungsarbeit verrichtet wird

Nach einem völlig unelastischen Stoß bewegen sich die Stoßpartner mit der gleichen Geschwindigkeit weiter. Beim unelastischen Stoß geht kinetische Energie verloren.

Trotz der Reibungsvorgänge gilt der Satz über actio und reactio und deshalb auch der Impulssatz (v: Geschwindigkeit vor, u nach dem Stoß):

(5) $m1\ v1 + m3\ v2 = m1\ u1 + m2\ u2.$

Infolge der bifilaren Aufhängung stoßen die Säcke aufeinander. Die noch unbekannten Geschwindigkeiten u1 und u2 nach dem unelastischen Stoß sind gleich (u1 = u2). Nach ihnen können wir die Impulsgleichung (5) auflösen:

(6) $u1 = u2 = (m1\ v1 + m2\ v2) / (m1 + m2).$

Für den unvermeidlichen Verlust ΔV an kinetischer Energie erhält man durch Einsetzen in die Energiebilanz die Gleichung:

(7) $\Delta V = ½\ m1\ m2\ (v1 +- v3)^2 / (m1 +m2).$

Dabei gilt das Minuszeichen, wenn die Geschwindigkeiten v1 und v2 vor dem Stoß gleichgerichtet, das Pluszeichen, wenn sie entgegengerichtet waren. Bei einander entgegenfliegenden Körpern sind Deformation und Energieverlust größer.

Versuch 4: Ein Geschoss (Masse m1 Geschwindigkeit v1) wird in eine mit Sand gefüllte, als Pendel aufgehängte Kiste (Masse m2, Geschwindigkeit v2 = 0) geschossen und bleibt dort stecken. (Mann kann auch aus der Federkanone eine Kugel in eine aufgehängte Haltevorrichtung schießen.) Geschoss und Pendel beginnen anschließend eine Schwingbewegung mit der gemeinsamen Geschwindigkeit u1 = u2. Sie wird mit dem Energiesatz der Mechanik aus dem Ausschlag *d* des Pendels berechnet; denn der Energieverlust durch den Luftwiderstand ist bei ersten Ausschlag unbedeutend. Beim Abbremsen der Kugel im Sand geht dagegen viel an mechanischer Energie verloren; dich berührt dies die Anwendung des Impulssatzes in Gleichung (5) nicht. Mit dem **ballistischen Pendel** misst man Geschossgeschwindigkeiten.

3. Der gerade elastische Stoß (Stoß ohne Verlust an kinetischer Energie)

Wir betrachten nun einen Stoß zwischen hochelastischen Körpern (Stahl- oder Elfenbeinkugeln). Bei ihm sind die Verluste an mechanischer Energie so gering, dass wir idealisierend von ihnen absehen. Ferner sollten sich die beiden stoßenden Körper nur in einer horizontalen Ebene bewegen; die Lageenergie kann gleich Null gesetzt werden. Auch sollen sich die Körper vor und nach dem Stoß längs derselben Geraden bewegen (*gerader Stoß*). Wir erhalten also *zwei* Gleichungen, die aussagen, dass die Summe der Bewegungsenergien bzw. der Impulse vor dem Stoß (linke Seite) so groß sind wie nach dem Stoß (rechte Seite). Wenn wir beim Impuls nur die Beträge der Geschwindigkeiten anschreiben so soll das *positive Vorzeichen* eine Bewegung nach *rechts,* das *negative* eine nach *links* bedeuten.

(8) $1/2\ m1\ v1 + 1/2\ m2\ v2 = 1/2\ m1\ u1 + 1/2\ m2\ u2$ (Energieerhaltungssatz).

(9) $m1\ v1 + m2\ v2 = m1\ u1 + m2\ u2$ (Impulserhaltungssatz).

Diese Gleichungen enthalten als Unbekannte die Geschwindigkeiten u1 und u2 nach dem Stoß. Um sie zu bestimmten, formen wir die Energiegleichung wie folgt um:

$1/2\ m1\ (v1^2 - u1^2) = 1/2\ m2\ (u2^2 - v2^2)$ („Kugel 1 links“)

oder: $m1\ (v1 + u1)\ (v1 - u1) = m2\ (u2 + v2)\ (u2 - v2)$.

Wir dividieren die letzte Gleichung durch die umgeformte Impulsgleichung

$m1\ (v1 - u1) = m2\ (u2 - v2)$ („Kugle 1 links“).

Dabei kann eine Division durch null nicht vorkommen; denn für v1 = u1 und v2 = u2 käme kein Stoß zustande.

Wir erhalten: $v1 + u1 = v2 + u2$.

Aus den letzten beiden Gleichungen bestimmt man die Geschwindigkeiten u1 und u2 nach dem Stoß. Dabei sollen alle Geschwindigkeiten nach rechts mit positivem, nach links mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden:

$u1 = (2\ m2\ v2 + (m1 - m2)\ v1) / (m1 + m2)$

und: $u2 = (2\ m1\ v1 + (m2 - m1)\ v2) / (m1 + m2)$.

Aus: Dorn Bader: Physik - Oberstufe MS, (S.99-101)

Joachim Stiller Münster, 2014

Ende

Zurück zur Startseite