

Joachim Stiller

Materialien zu Mathematik VIII

Stochastik –
Das Casino-Paradox



Alle Rechte vorbehalten

Stochastik

Das Casino-Paradox

Wenn wir mit einem Würfel würfeln, so liegt die Wahrscheinlichkeit, dass bei nur einem Wurf die Sechs fällt, bei $1:6$. Würfeln wir mit zwei Würfeln, so liegt die Wahrscheinlichkeit für zwei Sechser nur noch bei $1:6 \times 6 = 1:36$. Das gleiche gilt für zwei Wurfversuche mit nur einem Würfel. Hierbei kommt die 2. Pfadregel, die Produktregel, zur Anwendung. Wir müssen also die Einzelwahrscheinlichkeiten multiplizieren.

Im Spielcasino, beim Roulette-Spiel, gilt genau dasselbe. Setze ich immer nur auf Rot oder Schwarz, so liegt die Wahrscheinlichkeit, dass Rot kommt, bei $1:2$. Setze ich mehrfach, dann liegt die Wahrscheinlichkeit, dass zwei mal hintereinander Rot kommt bei nur noch $1:2 \times 2 = 1:4$. Die Wahrscheinlichkeit hingegen dass drei mal hintereinander Rot kommt, liegt dann nur noch bei $1:2 \times 2 \times 2 = 1:8$. Nehmen wir nun an, ich hätte die ganze Zeit auf Rot gesetzt. Fünf mal hintereinander kam aber Schwarz. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein sechstes Mal hintereinander Schwarz kommt, liegt nun nur noch bei $1:2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1:64$.

Zu einem Paradox wird es nur durch folgende Überlegung. Bevor die sechste Kugel fällt, setzt sich ein neuer Spieler mit an den Tisch und setzt ebenfalls auf Rot. Die Wahrscheinlichkeit, dass nun Schwarz kommt, liegt für den neuen Spieler jetzt nicht bei $1:64$, sondern bei $1:2$. Und das ist eben ein logischer Widerspruch.

Erster Lösungsansatz für das Casino-Paradox:

Es gibt genau zwei Lösungen für das Casino-Paradox, nämlich a) entweder man reduziert die Anwendung der 2. Pfadregel, also der Produktregel, auf einzelne Versuche. Dann ist die Wahrscheinlichkeit für Rot oder Schwarz generell $1:2$, und das auch bei mehrmaligem Setzen hintereinander, weil die einzelnen Versuche nicht durch einen Pfad miteinander verknüpft werden dürfen. Die Produktregel gilt dann eben nur eingeschränkt und ist ausschließlich auf einzelne Versuche überhaupt anwendbar. Der Nachteil wäre dass diese Betrachtungsweise der Wahrscheinlichkeitsrechnung so ziemlich alle Zähne zieht. Oder aber b) wir wenden die 2. Pfadregel auch auf ganze Versuchsreihen an, müssen dann aber feststellen, dass die Wahrscheinlichkeit eben „auch“ vom Betrachterstandpunkt abhängt. Damit liegt aber eben auch eine paradoxe Situation vor. Möglich sind generell beide Betrachtungsweisen.

Zweiter Lösungsansatz für das Casino-Paradox:

Es gibt nur eine einzige Lösung für das Casino-Paradox: Bei genauerem hinsehen stellt sich nämlich heraus, dass der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine zentrale Pfadregel fehlt, denn dann wäre das Casino-Paradox von vornherein ausgeschlossen. Ich möchte diese fehlende Pfadregel einmal die „Goldene Fingerregel“ nennen. Sie besagt, dass ich mit dem Zeigefinger immer genau den einen Pfad entlangzugehen habe, auf den sich meine jeweilige Betrachtung bezieht. Dabei kann ich die jeweilige Betrachtung „entweder“ in die Vergangenheit hinein anstellen, „oder“ in die Zukunft. Auf diese Weise ist eine Übergriffigkeit von Vergangenheit auf die Zukunft von vornherein ausgeschlossen. Ich muss nur darauf achten, dass sich der (goldene) Zeigefinger im Baumdiagramm immer an der richtigen Stelle befindet, also im jeweils angenommenen „Hier und Jetzt“. Dann entpuppt sich das Casino-Paradox sofort als reines Scheinproblem

Um es noch einmal deutlich zu sagen: Es gibt eine subjektive Wahrscheinlichkeit, die aber objektiv bestimmbar ist, je nach dem, ob ich die neue Pfadregel (goldene Fingerregel)

anwende, oder nicht... Die Wahrscheinlichkeit hängt tatsächlich vom Betrachterstandpunkt ab... Leider wird sich so etwas niemals beweisen lassen... Man kann nur entweder daran "glauben" oder man lässt es... Aber es "macht Spaß", mit subjektiven Wahrscheinlichkeiten zu rechnen und diese objektiv zu bestimmen... Wie gesagt, ich halte diese Entdeckung für mindestens so genial wie den Film 21... Erinnert mich ein bisschen an den Film Stargate, als der Ägyptologe nach seiner Vorlesung von einer CIA-Generälin angesprochen und ihm eröffnet wird sein Traum von wegen Sternreisen sei wahr geworden.... Man benötige nur noch den Schlüssel, und er solle ihn beschaffen... 🍷👑🍷

Literaturhinweise:

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Franz Kestler: Abi-Countdown: Wahrscheinlichkeitsrechnung - Grundkurs

Stochastik für Dummies

Statistik für Dummies

Joachim Stiller

Münster, 2015