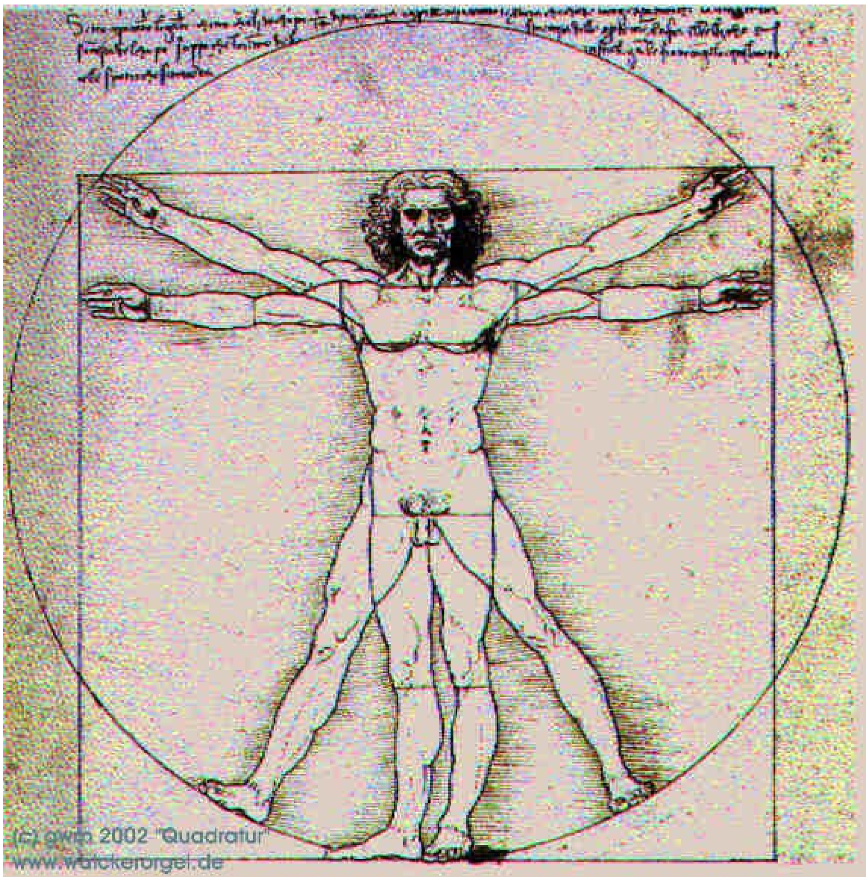
Joachim Stiller

Materialien zur Mathematik II

Die Quadratur des Kreises



Euklidische Geometrie

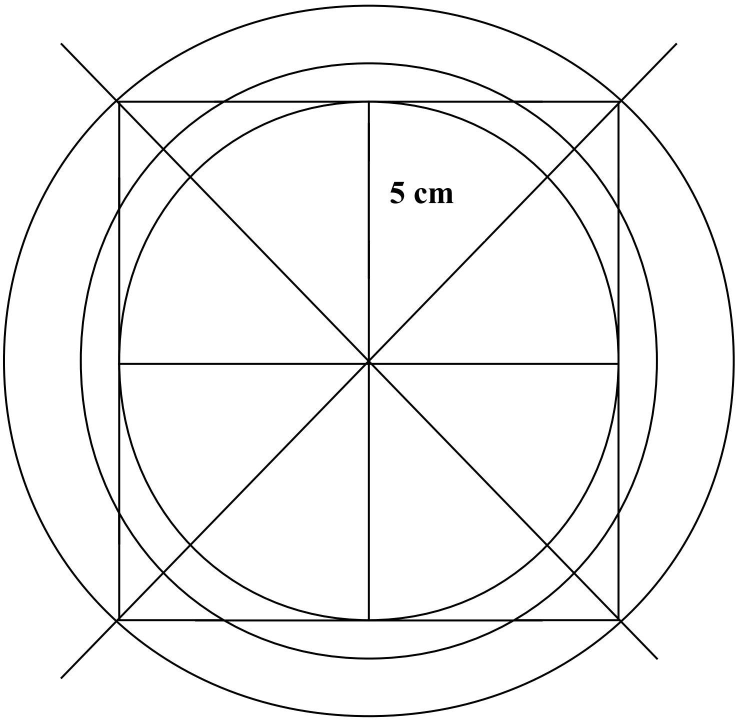
Die Griechen kannten innerhalb der Euklidischen Geometrie drei Probleme, die auf direktem Wege generell unlösbar sind, jedenfalls auf rein geometrischem Wege, d.h. nur mit Zirkel und Lineal, wie die Vorschrift von Plato lautet:

1. die Quadratur des Kreises
2. die Drittelung des Winkels
3. die Verdoppelung des Würfels

Es gibt aber sehr gute zeichnerische Näherungen an die drei Probleme, vor allem auch an die Quadratur des Kreises, die zu einem Synonym für unlösbare Probleme, und damit sprichwörtlich geworden ist.
Bei der **Quadratur des Kreises** geht es darum zu einem Kreis ein Quadrat mit demselben Flächeninhalt zu zeichnen, oder umgekehrt, zu einem Quadrat einen Kreis mit demselben Flächeninhalt. Beide Lösungen würden anerkannt. Für dieses Problem gibt es keine zeichnerische Lösung, was bereits bewiesen wurde. Das gilt auch für die beiden anderen oben beschriebenen geometrischen Probleme.
So gibt es eine exakte Lösung für die Quadratur des Kreises, die aber „nicht“ rein zeichnerisch ist. Sie stammt ursprünglich von Archimedes und wurde von Leonardo da Vinci wiederentdeckt. Und schließlich gibt es die unendliche Lösung von Leonardo da Vinci selber, die aber auch nicht genau 100%ig exakt ist. Bei ihr gibt es immer noch eine wirklich „minimale“ Abweichung.
Siehe auch: Schröer/Irle: „Ich aber quadriere den Kreis – Leonardo da Vincis Proportionsstudie“

Die Quadratur des Kreises der Flächen

Gegeben sei ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 10 cm. Wir zeichnen zunächst den Innenkreis und den Außenkreis und suchen nun die genaue Quadratur des Kreises. Wenn wir nun einen Kreis von genau 100 cm Quadrat (10 cm x 10 cm) mit dem Radius r = 5,642 cm zeichnen, so finden wir dass der Kreis die Seiten des Quadrates in vier Viertel teilt und zwar ziemlich genau, wenn nicht sogar exakt, was zu beweisen wäre. Ich bin zu dieser Überlegung durch einen Satz von Rudolf Steiner angeregt worden der einmal sinngemäß gesagt hat die Quadratur des Kreises entstünde, wenn man ein Quadrat in Rotation versetzt. Dabei entstehen natürlich Außenkreis und Innenkreis die einen Kreisring bilden. Die Quadratur des Kreises muss nun irgendwo dazwischen liegen. Wir müssen also das Teilungsverhältnis möglichst exakt zu bestimmen versuchen. Ich selber habe mir dabei die Frage gestellt, wo nun der Kreis der Quadratur die Seiten des Quadrates schneidet. Schon einfache Überlegung zeigt, dass die Kreis der Quadratur (also der Umkehrung der Quadratur des Kreises) die Seiten des Quadrates in etwa viertelt. Zugrunde liegt dieser Auffassung die Überlegung, die schon Leonardo hatte, dass man nämlich die Quadratur auch jeder Zeit umkehren kann, was sich von selbst verstehen sollte.
Genauere Untersuchungen des an unsere Quadratur des Kreises gebildeten rechtwinkligen Dreiecke (Satz des Pythagoras) zeigen, dass die Genauigkeit der hier vorgestellten Näherung bei etwas mehr, als 98 % liegt, die Abweichung also unter 2 %. Im Verhältnis zur großen Einfachheit der Konstruktion (die meisten anderen Näherungslösungen sind erheblich komplizierter bis hin zur völligen Komplexität der unendlichen Lösung von Leonardo) ist das verblüffend genau.

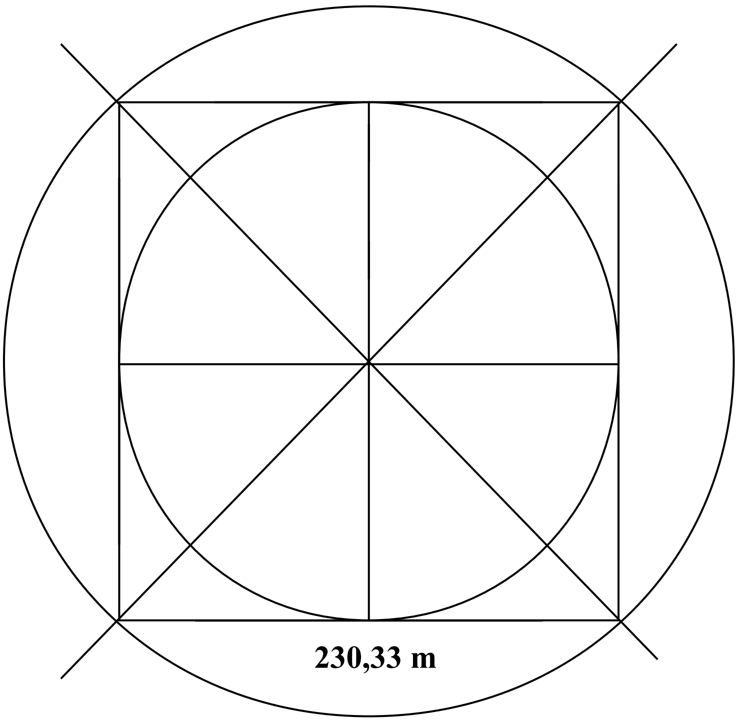


Literaturhinweis:

- Schröer/Irle: „Ich aber quadriere den Kreis – Leonardo da Vincis Proportionsstudie“

Die Ableitung der Lichtgeschwindigkeit aus den Grundmaßen der Cheopspyramide in Metern

Die Cheops-Paramide hat eine Seitenlänge (Basismaß) von 230,33 m.



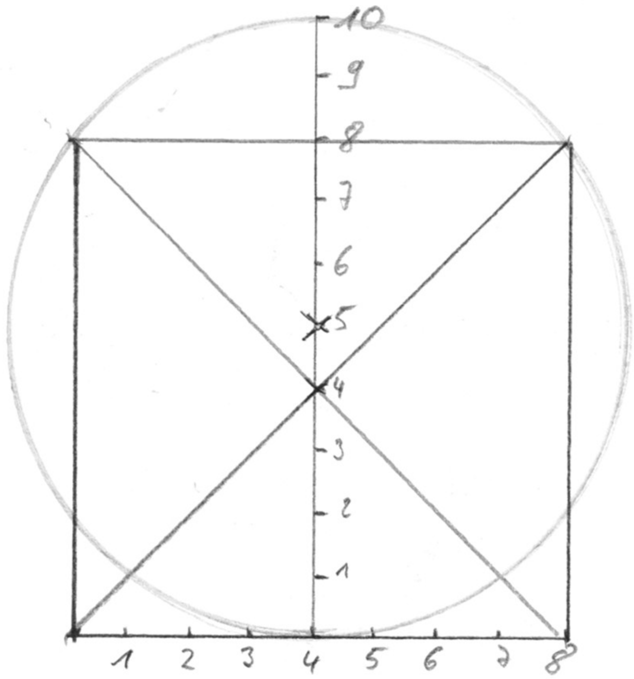
Wenn man nun die Umfänge des kleineren Innenkreises und des größeren Umkreises berechnet, die Umfangslänge des kleineren Innenkreises vom größeren Umkreis abzieht und das Ergebnis mit 100 multipliziert, erhält man fast genau die Lichtgeschwindigkeit von 299.792,46 km / s

Der sich tatsächlich anhand der Maße der Cheopspyramide ergebende Wert liegt etwas darunter: 299.726...

Aber Achtung, dieses Ergebnis bekommt man nur mit dem metrischen System. Aber es ist eine offene Frage, ob die Ägypter das metrische System als Referenzsystem bereits kannten, ja es sogar eingeführt haben. Der 20 km von der Cheops-Pyramide entfernt am Fuße der Pyramide von König Snofru (des Vaters von König Cheops) gefundene angebliche Schlussstein der Cheopspyramide war ursprünglich tatsächlich exaktemente 1 m hoch, und hätte ohne Weiteres als Urmeter dienen können. Vielleicht werden wir es nie erfahren. Basislänge des Schlusssteins: 1,57 m (x 2 = Pi = 3,14).

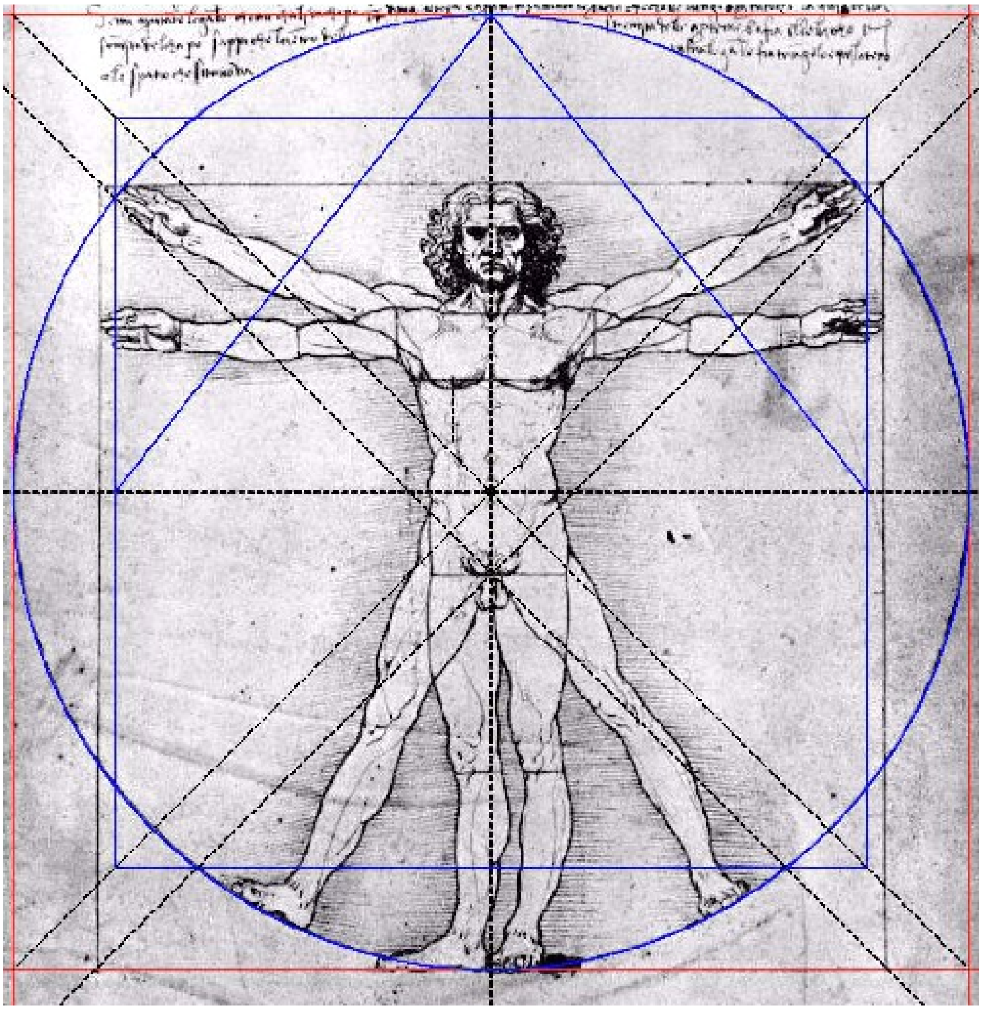
Die Quadratur des Kreises der Umfänge

Ich möchte einmal eine Annäherung an die Quadratur des Kreises der Umfänge vorstellen. Angeregt wurde ich dazu durch die Vorträge von Andreas Beutel, dem Gründer und Leiter des Pythagoras-Instituts in Dresden. Der Einfachheit halber stelle ich die Quadratur des Kreises der Umfänge mal eben graphisch dar, denn Bilder sagen bekanntlich mehr als tausend Worte. Ich sage aber gleich noch was zu der Konstruktionszeichnung.



Hier haben wir also eine Annäherung an die Quadratur des Kreises der Umfänge. Der Umfang des Quadrates berechnet sich als das 4-fache der Grundseite, als 4 x 8 Einheiten = 32 Einheiten. Der Umfang des Kreises berechnet sich als Durchmesser d x Kreiszahl Pi, also 10 Einheiten x Pi, oder 10 Einheiten x 3,141 = 31,41 Einheiten.
Die Differenz zwischen den Umfängen des Quadrates (32 Einheiten) und des Kreises (31,41 Einheiten) beträgt nur etwa 0,6 Einheiten, was einer Abweichung von weniger als 2% entspricht.

Hier gilt, was bereits für meine Näherung an die Quadratur des Kreises der Flächen galt: Im Verhältnis zur Einfachheit der Konstruktion ist das verblüffend genau. Übrigens ist die Quadratur des Kreises der Umfänge offensichtlich etwas größer, als die Quadratur des Kreises der Flächen. Interessant ist außerdem, dass in meiner Konstruktion der Quadratur des Kreises der Umfänge der Kreis genau durch die beiden oberen Ecken des Quadrates geht. Und wie ist es bei der Konstruktionszeichnung von Leonardo da Vinci? Ich gebe die Proportionsstudie nach Vitruv von Leonardo da Vinci gleich einmal wieder. Man sieht ganz gut, dass der Kreis noch etwas kleiner ist, als in meiner eigenen Konstruktionszeichnung. Damit ist die Konstruktionszeichnung von Leonardo allerdings auch etwas ungenauer. Da fragt es sich, ob Leonardo überhaupt eine exakte Quadratur des Kreises zeichnen wollte, oder vielleicht etwas völlig anderes.



Die Quadratur des Kreises der Umfänge II

Hier nun die verbesserter Quadratur des Kreises der Umfänge. Dabei sind die Seite des Quadrates 11 Einheiten und der Radius des Kreises 7 Einheiten. Das Doppelte der Grundseite des Quadrates (22) geteilt durch den Radius (7), was dem Verhältnis nach der Höhe der Cheopspyramide entspricht, ergibt genau die Zahl Pi (3,14). Denn 22/7 ist eine sehr gute Näherung an die Zahl Pi. Diese wurde auch von den alten Ägyptern verwendet. Die Abweichung liegt nur im Promille-Bereich. Für die alten Ägypter war das hinreichend. Sie kannten aber grundsätzlich die Zahl Pi, den golden Schnitt, die goldene Zahl Phi und den Satz des Pythagoras, der gar nicht von Pythagoras stammt, sondern von den alten Ägyptern. Pythagoras hatte ihn nur nach einem 22-jährigen Studienaufenthalt in Ägypten von dort mitgebracht.

Literaturhinweise:
- Klaus Schröer und Klaus Irle: „Ich aber quadriere den Kreis…“ – Leonardo da Vincis Proportionsstudie
- Andreas Beutel: Die harmonische Ordnung des Universums (DVD)
- Andreas Beutel: Die Blume des Lebens und der Quantenraum (DVD)

Joachim Stiller Münster, bis 2016

Ende

Zurück zur Starteite