Joachim Stiller

Detel: Grundkurs Philosophie – Band 1: Logik

Eine Besprechung

Detel: Grundkurs Philosophie – Band 1: Logik

Hier soll einmal der Band 1 des Grundkurses Philosophie zur Logik von Wolfgang Detel gelesen und besprochen werden... Vielleicht besorgt Ihr Euch das Werk... Ich kann Euch auch die ganze Reihe empfehlen...

Auf dem Buchrücken heißt es:

Was ist eine Prädikation? - Wie argumentieren wir? - Was ist ein schlüssiges Argument? - Wozu taugt die Logik?

Der Band *Logik* aus der Reihe *Grundkurs Philosophie* führt anhand dieser Fragen in die Argumentationstheorie, die Aussagen- und Prädikatenlogik sowie in einige Anwendungen der Logik ein.

Und hier noch eben das (gekürzte) Inhaltsverzeichnis:

1. Prädikations- und Argumentationstheorie

Sätze

Sätze sind wichtige Einheiten unserer natürlichen Sprache. Sätze sind Folgen von sprachlichen Zeichen - aber nicht alle Folgen sprachlicher Zeichen sind Sätze. Die Zeichenfolge "Veronika hat heute schon Cello geübt" ist ein Satz, die Folge "hat heute Cello" hingegen nicht. Sätze sind grammatisch abgeschlossen und tun etwa kund.

Satzarten

Es gibt folgende Satzarten:
- Aussagesatz...................Deskriptivsatz
- Fragesatz........................Interrogativsatz
- Ausrufesatz....................Expressivsatz
- Aufforderungssatz.........Evokativsatz

Uns interessieren hier nur die Deskriptivsätze, Aussagesätze oder kurz Aussagen...

Halten wir fest: Die Logik interessiert sich vor allem für deskriptive Sätze, also für Aussagesätze... Diese bestehen mindestens aus einem Subjekt und einem Prädikat.

Den ganzen Rest von Kapitel 1 möchte ich jetzt überspringen und sofort mit Kapitel 2 weitermachen... Sollte es im weiteren Verlauf Verweise auf Kapitel 1 geben, können wir den Punkt ja noch einmal nachlesen...

2. Logik

Die Idee der Logik

Die *Logik* ist eine spezielle Theorie des Argumentierens. Sie will auf nachvollziehbare und nachprüfbare Weise zeigen, was *gute* und *zwingende* Argumente sind. In der Logik spricht man meist nicht von zwingenden Argumenten, sondern von *gültigen Schlüssen*, aber der Sache nach besteht zwischen diesen beiden Redeweisen kein Unterschied. Betrachten wir beispielsweise das Argumente (den Schluss):

(i) Wenn gilt: (a) Wenn Maria eine begnadete Pianistin ist, dass ist sie musikalisch; dann gilt auch: (b) Wenn Maria nicht musikalisch ist, dann ist sie auch keine begnadete Pianistin.

Dieser Schluss scheint gültig zu sein: Wenn die Teilaussage (a)wahr ist, dann *muss* auch die Teilaussage (b) wahr sein. Denn wäre Teilaussage (b) falsch, d.h. wäre Maria zwar nicht musikalisch, aber dennoch eine begnadete Pianistin, dann wäre ja offensichtlich die Teilaussage (a) falsch.

Das ist bei dem folgenden - auf den ersten Blick recht ähnlichen - Schluss ganz anders:

(ii) Wenn gilt: (a)* Wenn Maria eine begnadete Pianistin ist, dann ist sie musikalisch: dann gilt auch: (b)* Wenn Maria keine begnadete Pianistin ist, dann ist sie auch nicht musikalisch.

Im Schluss (ii) könnte die Teilaussage (a)* wahr und zugleich die Teilaussage (b)* falsch sein. Denn es könnte z.B. sein, dass Maria zwar keine begnadete Pianistin, aber dennoch musikalisch ist, beispielsweise wenn sie eine begnadete Cellistin ist, und *wenn* Teilaussage (a)* wahr ist, dann wird dadurch nicht ausgeschlossen, dass es *auch* wahr sein könnte, dass Maria eine begnadete Cellistin (und nicht eine begnadete Pianistin)ist, sie auch musikalisch ist, d.h., dass Teilaussage (b)* falsch ist. Aus der Wahrheit von Teilaussage (a)* folgt also keineswegs die Wahrheit der Teilaussage (b)*, d.h., der Schluss (ii) ist *nicht* Gültig. Aber worauf gründet sich dieser Unterschied zwischen gültigen und nicht gültigen Schlüssen? Diese Frage will die Logik klären.

Oft wurde die Logik als Theorie der Grenze des Denkens bezeichnet. Aber die Logik beschäftigt sich nicht mit dem Denken allgemein, sondern nur mit einer spezifischen Form des Denkens: mit dem *Schließen*. **[Insofern könnte man sagen: Die Logik ist die Lehre vom formal richtigen Denken und Schließen.]** Und sie stellt auch nicht einfach fest, wie wir *faktisch* argumentieren oder schließen, sondern empfiehlt unter Angabe von Gründen, wie wir **[formal richtig]** argumentieren und schließen *sollen* (eben: welche Schlüsse *gültig* und damit *gut* sind). Die Logik ist also eine *normative Theorie gültiger Schlüsse.*

Die Strategie der Logik besteht darin, die Qualität von Schlüssen anhand ihrer *Formen [i] auszumachen. Aus diesem Grund beschäftigt sich die Logik nicht primär mit konkreten Schlüssen, sondern mit [i]Formen* oder *Schemata* von Schlüssen, die mit Hilfe von Variablen für konkrete sprachliche Ausdrücke dargestellt werden: Logik ist daher *formal*, man spricht gewöhnlich von der *formalen Logik* **[oder auch der mathematischen Logik]**. Wir werden in diesem Kapitel zunächst die allgemeine Idee der formalen Logik erläutern und dann die wichtigsten Elemente der beiden einfachsten Systeme der klassischen formalen Logik skizzieren - die *Aussagenlogik* und die *Prädikatenlogik*.

Analytische, synthetische und logische Wahrheit

Wir können die Idee der Logik genauer formulieren, wenn wir eine der grundlegenden begrifflichen Unterscheidung der theoretischen Philosophie einführen, nämlich die Unterscheidung zwischen synthetischen und analytischen Sätzen:

1.20 Synthetische und analytische Sätze

(1) Ein *synthetischer* (oder *empirischer*) *Satz* ist ein Satz, dessen Wahrheitswert durch Beobachtung (=fokussierte Wahrnehmung) der Fakten in der Welt bestimmt werden kann.
(2) Ein *analytischer* [oder *rationaler*) *Satz* ist ein Satz, dessen Wahrheitswert allein durch die Bedeutung der in ihm vorkommenden Ausdrücke bestimmt ist.

Hier sind einige Beispiele zu dieser Begriffsbildung:

1. Fritz ist ein Tischlerlehrling (synthetisch).
2. 3,5 ist eine rationale Zahl (analytisch).
3. Drosseln sind Vögel (analytisch).
4. Drosseln sind keine Vögel (analytisch).
5. Heute regnet es (synthetisch).
6. Deutschland ist ein Königreich (synthetisch).
7. Kräfte sind proportional zu Beschleunigungen (zunächst synthetisch, später analytisch).
8. Geometrie ist eine Teildisziplin der Mathematik (analytisch).
9. 43 ist eine Primzahl; darum hat 43 keinen echten Teiler (analytisch).
10. Heringe sind Fische; darum können sie schwimmen und haben Kiemen (analytisch).

Die Unterscheidung zwischen synthetischen und analytischen Sätzen hat in der modernen Philosophie eine wichtige Rolle gespielt. Sie wurde nicht nur dazu benutzt, um die Sätze, die die Welt der physischen Fakten beschreiben, von den Sätzen zu unterscheiden, die die Welt der Bedeutungen (also eine Welt recht rätselhafter Wesen) beschreiben, vielmehr wurde diese Unterscheidung beispielsweise auch als Kriterium für sinnvolle Sätze und für eine Standortbestimmung der Philosophie verwendet. *sinnvolle Sätze*, so wurde behauptet, sind entweder synthetisch oder analytisch, und daher sind Sätze, die weder synthetisch noch analytisch sind, wie etwa wertende Sätze, nicht sinnvoll. und während die empirischen Wissenschaften sich mit den Fakten der Welt befassen und somit synthetische Sätze produzieren, ist es kennzeichnend für die formalen Wissenschaften wie Logik, Informatik, Mathematik und Philosophie, sich mit den Bedeutungen von Sätzen und Wörtern zu befassen und insofern analytische Sätze zu produzieren. Dies ist im Kern die Idee der *analytischen Philosophie*.

Drei weitere Punkte sollen erwähnt werden:

(1) Es hängt offenbar nicht vom Wahrheitswert eines Satzes ab, ob er analytisch oder synthetisch ist (Beispiele 3 und 4).

(2) Es gibt auch analytische Schlüsse (d.h. Sätze, die selbst ein kleines Argument darstellen), deren Überzeugungskraft auf den Bedeutungen einiger ihrer Ausdrücke beruht (Beispiele 9 und 10).
(3) Dei Unterscheidung zwischen analytischen und synthetischen Sätzen ist nicht immer eindeutig; insbesondere können Sätze, die zunächst synthetisch sind, durch Vereinbarung und Überzeugungskraft in den [allgemeinen] Sprachgebrauch übergehen und den Status analytischer Sätze gewinnen (Beispiel 7).

Die Bestimmung analytischer Sätze lässt sich dazu benutzen, die Idee der Logik präziser zu fassen - und zwar in zwei Schritten: Zunächst werden *logisch wahre* Sätze als eine spezifische Teilklasse analytisch wahrer Sätze bestimmt, und dann wird mit Hilfe des Begriffs logisch wahrer Sätze definiert, was *logisch gültige* Schlüsse sind:

1.21: Logische Wahrheit und logische Falschheit von Sätzen

**(1) Ein *logisch wahrer* bzw. *logisch falscher Satz* ist ein Satz, dessen Wahrheit bzw. Falschheit allein durch die Bedeutung der in ihm vorkommenden logischen Ausdrücke (wie z.B. der Ausdrücke "und", "oder", "nicht", "wenn, dann", "nur wenn, dann", "für alle Gegenstände gilt", "für mindestens einen Gegenstand gilt") bestimmt ist.
(2) Logische Wahrheit und logische Falschheit von Sätzen ist nach (1) unabhängig vom Wahrheitswert ihrer Teilsätze und der Bedeutung ihrer nicht-logischen Ausdrücke. In diesem Sinne ist ein logisch wahrer bzw. logisch falscher Satz wahr bzw. falsch [einzig] *auf Grund seiner logischen Form.***

Die Logik interessiert sich naturgemäß mehr für logisch wahre Sätze als für logisch falsche Sätze. Wir haben bereits angedeutet, dass der Schluss:

"Wenn gilt: Wenn Maria eine begnadete Pianistin ist, dann ist sie musikalisch; dann gilt auch: Wenn Maria nicht musikalisch ist, ist sie auch keine begnadete Pianistin"

gültig zu sein scheint; also vielleicht *logisch* gültig ist.

Nach 1.21 wäre dies dann der Fall, wenn die logische Form dieses Schlusses (aufgefasst als komplexer Satz), also "Wenn gilt: Wenn p, dann q; dann gilt auch: Wenn nicht-p, dann nicht-q" allein auf Grund der Bedeutung der Ausdrücke "wenn, dann" und "nicht" wahr wäre. Dasselbe gilt z.B. auch für einige der Formen von Argumenten, die Detel im 1. Kapitel bespricht, etwa von den Argumentationsformen:

(a) *Modus ponens* (Wenn gilt: p; wenn p, dann q; dann gilt auch q)
(b) *Modus tollens* (Wenn gilt: Wenn p, dann q; nicht-q; dann gilt auch nich-p)
(c) *Allspezialisierung* (Wenn gilt: Alle Gegenstände, die P sind, sind auch Q, dann gilt auch: Wenn P(a) [lies: Wenn a ein P ist]**,** dann Q(a) [lies: Dann ist a auch ein Q] (wobei a ein einzelner Gegenstand ist)).

Mit Hilfe des Begriffs der logischen Wahrheit von Sätzen kann die logische Gültigkeit von Schlüssen leicht erklärt werden. Wir können nämlich Schlüsse jeder Zeit in Wenn-dann-Sätze verwandeln und umgekehrt. Denn ob wir den Schluss formulieren: "Wenn gilt; p1, p2, ..., pn dann gilt auch: q" oder ob wir den Wenn-dann-Satz formulieren: "Wenn p1, p2, ..., pn, dann q", macht keinen Unterschied:

1.22: Logische Gültigkeit von Schlüssen, logische Implikation von Sätzen und die Aufgabe der Logik

(1) Der Schluss "p1, p2, ..., pn ⊢ q" [lies: q kann logisch aus p1, p2, ..., pn abgeleitet werden] ist logisch gültig genau dann, wenn der Satz "Wenn p1 und p2 und ... und pn, dann q" logisch wahr ist.
(2) Die Sätze "p1, p2, ..., pn" *implizieren logisch* den Satz q genau dann, wenn der Schluss "p1, p2, ..., pn ⊢ q" logisch gültig ist; man sagt auch: Satz "q" *folgt logisch aus* den Sätzen "p1, p2, ..., pn", oder: "p1, p2, ..., pn ⊢ q" ist eine (gültige) *Deduktion*.
(3) Die logische Gültigkeit von Schlüssen ist unabhängig vom Wahrheitswert ihrer Teilsätze und der Bedeutung ihrer nicht-logischen Ausdrücke.
(4) Es ist die *Aufgabe der Logik*, zu bestimmen, welche Aussagen bzw. Aussageformen logisch wahr sind und welche Schlüsse bzw. Schlussformen logisch gültig sind.

Mit 1.22 knüpft die formale Logik an die formale Beurteilung von Argumenten an. Und Punkt (3) aus 1.22 drückt die *Formalität* der Logik aus (eben wie Punkt (2) aus 1.21). Schlüsse wie etwa:

(*) (i) Käse besteht aus Metall; (ii) wenn Käse aus Metall besteht, heiße ich August; also (iii) ich August (aussagenlogisch gültig)
(**) (i) Ale intelligenten Menschen sind unglücklich; (ii) alle Unglücklichen sterben an Krebs; also (iii) alle intelligenten Menschen sterben an Krebs (prädikatenlogisch gültig)

enthalten viele falsch Teilsätze: in (*) ist allenfalls (ii) wahr (und das ist nur wahr für Menschen, die tatsächlich August heißen), in (**) sind alle drei Teilsätze falsch. Dennoch sind beide Schlüsse logisch gültig, denn logische Gültigkeit bedeutet: *Wenn* die Prämissen wahr sind (unabhängig davon, *ob* sie tatsächlich wahr sind), dann muss auch die Konklusion wahr sein (unabhängig davon, *ob* sie tatsächlich wahr ist). Logische Gültigkeit garantiert Wahrheitsübertragung [oder: Wahrheitstransfer] von Prämissen auf die Konklusion - aber nur für den Fall, *dass* alle Prämissen wahr sind.

Die logischen Begriffe "logische Wahrheit", "logische Gültigkeit" und "logische Folgerung" sind nach 1.22 *metasprachliche* [und somit metalogische] Begriffe, denn mit ihnen reden wir stets *über* Sätze und Schlüsse. Es ist wichtig, logische Folgerungen von einfachen Wenn-dann-Sätzen zu unterscheiden. Eine logische Folgerung ist eine metasprachliche [bzw. metalogische] Behauptung, die *über* einen gewöhnlichen Wenn-dann-Satz einer Objektsprache (nämlich den Satz: "Wenn p1 und p2 und ... und pn, dann q)sagt, dass dieser Satz logisch wahr ist.

Mit Hilfe des Begriffs der logischen Gültigkeit von Schlüssen lässt sich eine grundlegende Unterscheidung zwischen drei verschiedenen allgemeinen Arten von Schlüssen (Argumenten) treffen, nämlich zwischen Beweisen, Bestätigungen und Widerlegungen:

1.23: Beweis, Bestätigung, Widerlegung

Sei der Schluss "p1, p2, ..., pn ⊢ q" logisch gültig, dann gilt:
(1) Sind die Prämissen "pi" als wahr bekannt, während der Wahrheitswert der Konklusion unbekannt ist, so ist der Schluss ein *Beweis* der Konklusion "q";
(2) Ist die Konklusion "q" als wahr bekannt, während der Wahrheitswert der Prämissen unbekannt ist, so ist der Schluss eine *Bestätigung* der Prämissen "pi";

(3) Ist die Konklusion "q" als falsch bekannt, während der Wahrheitswert der Prämissen unbekannt ist, so ist der Schluss eine *Widerlegung* der Gesamtheit der Prämissen "pi" (d.h., dass mindestens eine Prämisse falsch sein muss).

Diese Unterscheidung ist eine Grundlage für die Behauptung, dass es Beweise nur in der Logik und Mathematik gibt, während Naturwissenschaften, Geisteswissenschaften und Gesellschaftswissenschaften (und Ingenieurswissenschaften) allenfalls auf Bestätigung und Widerlegung hoffen könne (Falsifikationismus).

Grundlagen der klassischen Aussagenlogik und Prädikatenlogik

Wie zeichnen Aussagenlogik und Prädikatenlogik die logisch wahren Sätze und die logisch gültigen Schlüsse konkret aus? Diese Frage unterstellt, dass es nur eine Art von Aussagenlogik und nur eine Art von Prädikatenlogik gibt. Tatsächlich gibt es aber verschiedene Arten von formaler Logik, insbesondere auch verschieden Arten von Aussagen- und Prädikatenlogik. Wir können uns in dieser Einführung nur mit der *klassischen* Form der Aussagen- und Prädikatenlogik beschäftigen, die von einigen der grundlegenden logischen Prinzipien ausgeht:

1.24 Prinzipien der klassischen Logik

(1) Es gibt genau zwei Wahrheitswerte: "wahr" (w) und "falsch" (f).
(2) Jede Aussage hat höchstens einen Wahrheitswert, d.h. keine Aussage ist zugleich wahr und falsch (*Satz vom Widerspruch*).
(3) Jede Aussage hat mindestens einen Wahrheitswert, d.h. sie ist wahr oder falsch (*Satz vom ausgeschlossenen Dritten*).
(4) Der Satz vom Widerspruch und der Satz vom ausgeschlossenen Dritten besagen zusammen, dass jede Aussage genau einen er beiden Wahrheitswerte "wahr" oder "falsch" hat (*Bivalenzprinzip*).

Der Satz vom Widerspruch ist die elementarste Voraussetzung für jede gute Argumentation. (...) Die Logik kann leicht zeigen, dass aus einem logischen Widerspruch der Form "p und nicht-p" (wobei "p" irgendeine beliebige Aussage ist) jede Aussage logisch ableitbar ist. Wer also einen Widerspruch behauptet, könnte *alles* begründen, doch das ist offensichtlich wenig vernünftig. Der Satz vom Widerspruch ist also schwer bestreitbar. Die *klassischen Logiken* sind also durch die Punkte (1) und (3) und folglich auch durch Punkt (4) in 1.24 gekennzeichnet. *Nicht-klassische Logiken* dagegen bestreiten (1) oder (3) oder beide Punkte zugleich. Vor allem der Satz vom ausgeschlossenen Dritten ist Gegenstand heftiger Debatten. Etliche Logiker und Philosophen bestreiten seine Gültigkeit. In dieser Debatte spielt der Wahrheitsbegriff eine wichtige Rolle. Wenn man z.B. die Konsenstheorie der Wahrheit bevorzugt, dann gilt der Satz vom ausgeschlossenen Dritten offensichtlich nicht für alle Sätze, denn es kann Sätze "p" geben, für die gilt, dass sich die Sachverständigen in freier Diskussion weder darauf einigen können, "p" zu akzeptieren, noch darauf, "nicht-p" zu akzeptieren.

Wir hatten schon bei der Beschreibung der allgemeinen Idee der Logik gesehen, dass die Logik eine *formale* Logik sein muss, d.h. dass sie mit Variablen für Aussagen, Nominatoren und Prädikatoren arbeitet. Diesen Aspekt der *Formalität* müssen wir genauer spezifizieren:

1.25 Variablen in der Logik

(1) *Gegenstandsvariablen (x, y, z, ...)* sind Platzhalter (Leerstellen), in die beliebige Nominatoren eingesetzt werden können. Ausdrücke, in denen Gegenstandsvariablen vorkommen, heißen *offene Sätze.* Ein n-stelliger Prädikator P lässt sich schreiben als *offener Satz* in der Form: P(x1, x2, ..., xn).
(2) *Prädikatorenvariablen (P, Q, R, ...)* sind Platzhalter (Leerstellen), in die beliebige Prädikatoren eingesetzt werden können. Ausdrücke, in denen Prädikatorenvariablen vorkommen, heißen *Prädikatorenschemata*.
(3) *Aussagenvariablen (p, q, r, ...)* sind Platzhalter (Leerstellen), in die beliebige Aussagen eingesetzt werden können. Ausdrücke, in denen Aussagenvariablen vorkommen, heißen *Aussagenschemata* oder *Aussagenformen*.
(4) Die Ausdrücke, die für bestimmte Variablen eingesetzt werden können, heißen auch die *Werte dieser Variablen*

Einige Logiker unterscheiden zwischen Schemabuchstaben, die als bloße Platzhalter (Abkürzungen) für Ausdrücke und Sätze dienen, und so genannten echten Variablen im engeren Sinne, die durch einen Quantor (siehe 1.26 (2)) gebunden sind. Im Falle der Zuordnung von Gegenständen zu den Zeichen muss für die Variablen nämlich ein Wertebereich angegeben werden.

Für die sprachlichen Ausdrücke, auf die es in der Logik ankommt (die logischen Zeichen oder logischen Konstanten), also für grammatische Konjunktionen wie "und" oder "wenn, dann" oder für Wörter wie "alle", benutzt man in der Logik bestimmte Symbole als Abkürzungen:

1.26 Symbolische Abkürzungen für Junktoren und Quantoren

(1) *Junktoren*, die vor oder zwischen Aussagen oder Aussageformen stehen:
....(a) ¬: nicht (*Negation*),
....(b) Λ: und (oder: and) (*Konjunktion*),
....(c) V: oder (auch) (*Disjunktion*)),
....(d) → (oder: ⇒): wenn, dann ((*materiale*) *Implikation*),
....(e) ← (oder: ⇐): nur wenn, dann ((*materiale*) *Replikation*),
....(f) ↔ (oder: ⇔): genau dann, wenn (*Äquivalenz*),
....(g) >-<: entweder, oder (*Kontravalenz*),
....(h) |: weder, noch (*Exklusion*).
(2) *Quantoren*, die vor offenen Sätzen stehen, und zwar:
....(a) ∀x: für alle x gilt (*Allquantor* ,
....(b) ∃x: es existiert (mindestens) ein x, für das gilt oder : für (mindestens ein x gilt (*Existenzquantor*),
....(c) ¬∀x: nicht für alle x, also nur für einige x, gilt (*Negation des Allquantors*),
....(d) ¬∃x: es existiert kein x, für das gilt oder: für kein x gilt (*Negation des Existenzquantors*).
(3) Junktoren und Quantoren heißen auch *logische Konstanten.*

Wenn "p" und "q" Aussagenvariablen (1.25 (3)) sind, dann heißen z.B.
p Λ q: p und q;
P → ¬q: wenn p, dann nicht-q;
(p ↔ q) → (p V q): wenn gilt: p genau dann, wenn q, dann gilt: p oder q.

Allgemeine Übersetzungsregeln für nicht-komplexe Formeln mit "P" und "Q" als Prädikatorenvariablen und "x" als Gegenstandsvariable lauten:

(i) $\forall x\ P(x)$: Für jedes x gilt: x ist P (alle x sind P)
(ii) $\exists x\ P(x)$: Es gibt (mindestens) ein x, so dass gilt: x ist P ((mindestens) ein x ist P)
(iii) $\neg\forall x\ P(x)$: Nicht für jedes x gilt: x ist P (nicht alle x sind P)
(IV) $\neg\exists x\ P(x)$: Es gibt kein x, so dass gilt: x ist P (kein x ist P)
(v) $\forall x\ \neg P(x)$: Für jedes x gilt: x ist nicht P (alle x sind nicht P oder: kein x ist P)
(vi) $\exists x\ \neg P(x)$: Es gibt ein x, so dass gilt: x ist nicht P (ein x ist nicht P)
(vii) $\neg\forall x\ \neg P(x)$: Nicht für jedes x gilt: x ist nicht P (nicht alle x sind nicht P)
(viii) $\neg\exists x\ \neg P(x)$: Es gibt kein x, so das gilt: x ist nicht P (kein x ist nicht P oder: alle x sind P)

Eine interessante Frage ist, ob einige dieser Formeln das Gleiche besagen. Offenbar besagen (i) und (viii) das Gleiche, ebenso wie (ii) und (vII), (iii) und (vI), (iV) und (v).

Jetzt wird es schwierig, und zwar aus technischen Gründen... Da war es gut, dass ich eine Nacht drüber geschlafen habe...

Einige allgemeine Übersetzungsregeln für komplexe Formeln lauten:

(ix) $\forall x\ P(x) \rightarrow (Q(x)$: Für jedes x gilt: wenn x P ist, dann ist x auch Q (alle P's sind Q; Beispiel: Alle Menschen sind sterblich)
(x) $\forall x\ P(x) \rightarrow \neg(Q(x)$: Für jedes x gilt: wenn x P ist, dann ist x nicht Q (kein P ist Q; Beispiel: Kein Affe ist ein Fisch
(xi) $\exists x\ P(x) \rightarrow (Q(x)$: Es gibt mindestens ein x derart, dass gilt: x ist P und x ist Q (Mindestens ein P ist Q; Beispiel Mindestens ein Planet ist bewohnt)
(xii) $\exists x\ P(x) \rightarrow \neg(Q(x)$: Es gibt (mindestens) ein x, so dass gilt: x ist P aber nicht Q (Mindestens ein P ist nicht Q; Beispiel: Mindestens ein Planet ist keine Eiswüste)

Das Problem ist nun, dass Detel die letzten beiden anders darstellt, und zwar so:

(xi) $\exists x\ P(x) \rightarrow (Q(x)$: Es gibt mindestens ein x derart, dass gilt: x ist P und x ist Q (Einige P's sind Q; Beispiel: Einige Männer sind Intelligent)
(xii) $\exists x\ P(x) \rightarrow \neg(Q(x)$: Es gibt (mindestens) ein x, so dass gilt: x ist P aber nicht Q (Einige P's ist nicht Q; Beispiel: Einige Männer sind nicht intelligent)

Offensichtlich steht hier bei Detel was auf der Kippe, denn so ist es definitiv falsch... Keine Ahnung, was ihn hier reitet... Er ist doch sonst immer so auf Genauigkeit bedacht... Könnte Aristoteles da mit seiner schrägen Syllogistik Pate gestanden haben? Wir werden das Problem auf jeden Fall im Auge behalten... Erst einmal geht es jetzt aber wieder in etwas ruhigeres Fahrwasser....

So, auf zum Schlussspurt... Wir sind nämlich vielleicht gleich schon fertig, denn eventuell müssen wir die Lektüre und Besprechung bereits hier abbrechen... Wir werden sehen...

Auf der Grundlage der bisherigen Terminologie können wir zunächst singuläre Aussagen bestimmen, die etwas über einzelne oder endlich viel angegebene Gegenstände behaupten:

1.27 Singuläre Aussagen

Eine Elementaraussage oder eine Verknüpfung endlich vieler Elemente durch Junktoren heißt *singuläre Aussage*

Von singulären Aussagen müssen wir *quantifizierte Aussagen* unterscheiden, die etwas über alle Gegenstände oder über einige nicht näher bezeichnete Gegenstände behaupten.

(Hier ist die Formulierung wieder ganz korrekt... Aber was dann kommt....)

1.28 Quantifizierte Aussagen

(1) Die Anwendung eines Quantors auf einen offenen Satz heißt *Quantifikation des offenen Satzes* - und ihr Ergebnis heißt *quantifizierter Satz.*
(2) Ein quantifizierter Satz, der nur Allquantoren enthält, heißt *Allaussage* oder *generelle Aussage* oder *universelle Aussage (Allsatz, genereller Satz, universeller Satz).*
(3) Ein quantifizierter Satz, der nur Existenzquantoren enthält, heißt *Existenzaussage* oder *partikuläre Aussage (Existenzsatz, partikulärer Satz).*
(4) Ein quantifizierter Satz, der Allquantoren "und" Existenzquantoren enthält, heißt *gemischte All- und Existenzaussage.*

Betrachten wir beispielsweise folgende kleine Konversation zwischen einem Hundebesitzer H und dem Vater V einer kleinen Tochter. H und V sind eigentlich Freunde, geraten aber manchmal in Streit:
(a) V: Wenn dein Pudel wütend ist, beißt er meine Tochter.
(b) H: Pudel beißen Kinder nicht.
(c) V: Dein Pudel "hat" meine Tochter aber gebissen.
(d) H: Pudel beißen nicht.
(e) V: Einige Pudel beißen sehr wohl, z.B. dein Pudel beißt meine Tochter und ihre Freundin.
(f) H: Es gibt vielleicht einige Pudel, die Kinder beißen, aber mein Pudel tut das nicht.
(g) V: Kein Pudel hat einen Besitzer, der nicht realitätsfern ist.
(h) H: Ich besitze einen Pudel, bin aber keineswegs realitätsfern.
(i) V: Zumindest einige Pudel Haben Besitzer, die ziemlich verrückt sind.
(j) H. Jeder Streit muss einmal ein Ende haben.

Hier kommen teils singuläre, teils quntifizierte Aussagen vor: singuläre Aussagen sind (a), (c), zweiter Satz von (e), zweiter Satz von (f) und (h); die übrigen Aussagen sind quantifiziert. [O.k. das ist an sich klar, so weit...]

Noch vier Postings, dann kommt die Nagelprobe... Ihr werdet Euer blaues Wunder erleben... Den ganz großen Holzhammer der Prädikatenlogik... Es wird Euch umhauen... Macht Euch auf was gefasst....

Viertletzter Beitrag...

Ein weiterer Punkt in 1.28 verdient unsere Aufmerksamkeit. In 1.28 (1) ist die Rede von offenen Sätzen der Form P(x), also z.B. Auto (x), die wir mit "x ist P" bzw. "x ist ein Auto" übersetzen können. Offene Sätze können auch eine komplexe Gestalt haben, z.B. "x ist ein Auto und x ist rot". Diese Sätze sind offen, weil nicht bestimmt ist, auf welchen einzelnen

Gegenstand sie sich beziehen. Offene Sätze haben daher keinen Wahrheitswert - aber sie haben eine Extension. Hier sind einige Beispiele für Extensionen (ggf. komplexer) offener Sätze:

(a) Auto (x): die Menge aller Autos (die Menge aller x, für die gilt: x ist ein Auto),
(b) Auto (x) Λ rot (x): die Menge aller roten Autos (die Menge aller x, für die gilt: x ist ein Auto und x ist rot),
(c) Auto (x) V rot (x): die Menge aller Gegenstände, die Autos oder rot sind (die Menge aller x, für die gilt: x ist ein Auto oder x ist rot),
(d) Mensch (x) → sterblich (x): die Allmenge (die Menge aller x, für die gilt: wenn x ein Mensch ist, dann ist x auch sterblich) (es gibt kein x, das Mensch und nicht sterblich ist),
(e) ¬Auto (x) V rot (x): alle Gegenstände, die nicht Autos oder rot sind (die Menge aller x, für die gilt: x ist kein Auto oder x ist rot),
(f) Kater (x) Λ Fisch (x): die leere Menge (die Menge aller x, für die gilt: x ist ein Kater und x ist ein Fisch) (es gibt kein x, das Kater und zugleich Fisch ist).

Drittletzter Beitrag...

Jetzt haben wir die Voraussetzungen zur Hand, um den grundlegenden Begriff der *logischen Form* von Sätzen oder Aussagen genau zu bestimmen. Dieser Begriff ist grundlegend, weil die Logik, wie wir schon gesehen haben, gerade mit logischen Formen von Sätzen arbeitet: die Logik will bestimmen, welche Sätze bereits aufgrund ihrer Form wahr sind und welche Schlüsse schon aufgrund ihrer Form gültig und daher zwingend sind:

1.29 Logische Form

(1) Die *einfachste aussagenlogische Form [i] einer Aussage oder eines Arguments erhält man durch Einsetzen von Junktoren (1.26) für die grammatikalischen Konjunktionen der Aussage (des Arguments) sowie durch Klammersetzung zur sinngemäßen Gliederung komplexer Aussagen (Argumente).*
(2) Die [i]einfachste prädikatenlogische Form einer Aussage bzw. eines Arguments erhält man durch Einsetzung von Prädikatorenvariablen (1.25) für alle Prädikatoren der Aussage bzw. des Arguments, durch Einsetzung von Quantoren für die Ausdrücke "alle" und "einige" **[Hier schleicht sich schon der Fehler ein!!!]** mit geeigneter Quantifizierung der offenen Sätze sowie durch Klammersetzung zur sinngemäßen Gliederung komplexer Aussagen (Argumente).

Zweitletzter Beitrag...

Her sind einige Beispiel für die Herleitung *aussagenlogischer Formen* von konkreten Aussagen oder Sachverhalten:
(1) Ich gehe heute ins Theater und mache mit einen netten Abend, oder ich bleibe zu Hause und arbeite:
(p Λ q) >-< (r Λ s)
(2) Wenn du mir drohst oder mich erpresst, wirst du mich kennenlernen:
(p V q) → r
(3) Die Regierung macht ihre Sache gut, und wenn nichts Überraschendes passiert und die Zahl der Arbeitslosen nicht steigt, werden die Regierungsparteien die Wahl gewinnen:
p Λ ((¬q Λ ¬r) → s)
(4) Du bist mutig genau dann, wenn du trotz Angst das Richtige tust und die Gefahr meisterst:
p ↔ (q Λ r)

(5) Wenn gilt: Wenn Petra Kant intensiv gelesen hat, kennt sie den transzendentalen Ansatz; dann gilt auch: Wenn Petra den transzendentalen Ansatz nicht kennt, hat sie Kant nicht intensiv gelesen:
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
(6) Wenn gilt: Wenn die Vorlesung interessant gewesen ist, haben die meisten Teilnehmer etwas davon gehabt; dann gilt auch: Wenn die Meisten Teilnehmer von der Vorlesung nichts gehabt haben, ist diese Vorlesung nicht interessant gewesen:
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
(7) Wenn gilt: Wenn die Opposition den Rechtsextremismus fördert, ist sie nicht wählbar. Die Opposition ist wählbar; dann gilt auch: Die Opposition fördert den Rechtsextremismus nicht:
$(p \rightarrow \neg q) \land q \Leftrightarrow \neg p$
(8) Wenn gilt: Wenn es gute Gründe gegen den Verzehr von Fleisch gibt, sollte die Rinderzucht nicht gefördert werden. Die Rinderzucht sollte aber gefördert werden; dann gilt auch: Es gibt keine guten Gründe gegen der Verzehr von Fleisch:
$(p \rightarrow \neg q) \land q \Leftrightarrow \neg p$

Beispiele (5) - (8) sind Schlüsse, nicht Aussagen wie in den vier ersten Beispielen; und die Schlüsse (5) und (6) bzw. (7) und (8) haben dieselbe aussagenlogische Form.

Letzter Beitrag vor dem großen Logikhammer der Prädikatenlogik...

Aussagen mit denselben Aussagevariablen und Junktoren, aber mit anderer sinngemäßer Gliederung der komplexen Aussage erzwingen eine andere Klammersetzung z.B. im Fall von 2 und 3:

(2a) Du drohst mir, oder wenn du mich erpresst, wirst du mich kennenlernen:
$p \lor (q \rightarrow r)$
(3a) die Regierung macht ihre Sache gut, und nichts Überraschende passiert, und wenn die Zahl der Arbeitslosen nicht steigt, werden die Regierungsparteien die Wahl gewinnen:
$(p \land \neg q) \land (\neg r \rightarrow s)$

Und nun - wie versprochen - der große Logikhammer der Prädikatenlogik...

Die Herstellung *prädikatenlogischer Formen* von quantifizierten Aussagen kann etwas komplizierter werden (der Deutlichkeit halber sollten wir ausnahmsweise Prädikatorenvariablen verwenden, die auf die konkreten Prädikatoren in den Beispielsätzen zugeschnitten sind).

Beispiel:
(i) Alles lebt: $\forall x\, L(x)$;
(ii) Einiges ist unerträglich: $\exists x\, U(x)$;
(iii) Menschen sind fähig zu weinen: $\forall x\, (M(x) \rightarrow W(x))$;
(iv) Alle Menschen sind sterblich: $\forall x\, (M(x) \rightarrow S(x))$;
(v) Einige Menschen sind Genial: $\exists x\, (M(x) \land G(x))$ [diese Form ist falsch...]**;**
(vi) Kein Tier ist dumm: $\forall x\, (T(x) \rightarrow \neg D(x))$ [diese Form ist korrekt...];**;**
(vii) Einige Männer sind Machos: $\exists x\, (M(x) \land \neg Ma(x))$ [diese Form ist nicht korrekt...]**;**
(viii) Alle Frauen sind intelligent: $\forall x\, (F(x) \rightarrow I(x))$;
(ix) Keine Frau ist intelligent: $\forall x\, (F(x) \rightarrow \neg I(x))$ [diese Form ist korrekt]**;**

(x) Einige Frauen sind nicht intelligent: $\exists x\ (F(x) \land \neg I(x))$ [diese Form ist nicht korrekt...]

Ich glaube, wir können es damit bewenden lassen, denn das Prinzip sollte deutlich geworden sein...

Was um alles in der Welt ist hier geschehen? Gehen wir einmal etwas weiter zurück bis an die Stelle wo sich der Bruch vollzieht:

Allgemeine Übersetzungsregeln für nicht-komplexe Formeln mit "P" und "Q" als Prädikatorenvariablen und "x" als Gegenstandsvariable lauten:
(i) $\forall x\ P(x)$: Für jedes x gilt: x ist P (alle x sind P)
(ii) $\exists x\ P(x)$: Es gibt (mindestens) ein x, so dass gilt: x ist P ((mindestens) ein x ist P)
(iii) $\neg\forall x\ P(x)$: Nicht für jedes x gilt: x ist P (einige x sind P)
(iv) $\neg\exists x\ P(x)$: Es gibt kein x, so dass gilt: x ist P (kein x ist P)
(v) $\forall x\ \neg P(x)$: Für jedes x gilt: x ist nicht P (alle x sind nicht P oder: kein x ist P)
(vi) $\exists x\ \neg P(x)$: Es gibt ein x, so dass gilt: x ist nicht P (ein x ist nicht P)
(vii) $\neg\forall x\ \neg P(x)$: Nicht für jedes x gilt: x ist nicht P (einige x sind nicht P)
(viii) $\neg\exists x\ \neg P(x)$: Es gibt kein x, so das gilt: x ist nicht P (kein x ist nicht P oder: alle x sind P)

Eine interessante Frage ist, ob einige dieser Formeln das Gleiche besagen. Offenbar besagen (i) und (viii) das Gleiche, ebenso wie (ii) und (vi), (iii) und (vi), (iv) und (v).

Jetzt wird es schwierig, und zwar aus technischen Gründen... Da war es gut, dass ich eine Nacht drüber geschlafen habe...

Einige allgemeine Übersetzungsregeln für komplexe Formeln lauten:

(ix) $\forall x\ P(x) \rightarrow (Q(x)$: Für jedes x gilt: wenn x P ist, dann ist x auch Q (all P's sind Q; Beispiel: Alle Menschen sind sterblich)
(x) $\forall x\ P(x) \rightarrow \neg(Q(x)$: Für jedes x gilt: wenn x P ist, dann ist x nicht Q (kein P ist Q; Beispiel: Kein Affe ist ein Fisch
(xi) $\exists x\ P(x) \rightarrow (Q(x)$: Es gibt mindestens ein x derart, dass gilt: x ist P und x ist Q (Mindestens ein P ist Q; Beispiel Mindestens ein Planet ist bewohnt)
(xii) $\exists x\ P(x) \rightarrow \neg(Q(x)$: Es gibt (mindestens) ein x, so dass gilt: x ist P aber nicht Q (Mindestens ein P ist nicht Q; Beispiel: Mindestens ein Planet ist keine Eiswüste)

Das Problem ist nun, dass Detel die letzten beiden anders darstellt, und zwar so:

(xi) $\exists x\ P(x) \rightarrow (Q(x)$: Es gibt mindestens ein x derart, dass gilt: x ist P und x ist Q (Einige P's sind Q; Beispiel: Einige Männer sind Intelligent)
(xii) $\exists x\ P(x) \rightarrow \neg(Q(x)$: Es gibt (mindestens) ein x, so dass gilt: x ist P aber nicht Q (Einige P's ist nicht Q; Beispiel: Einige Männer sind nicht intelligent)

Offensichtlich steht hier bei Detel was auf der Kippe, denn so ist es definitiv falsch... Keine Ahnung, was ihn hier reitet... Er ist doch sonst immer so auf Genauigkeit bedacht... Könnte Aristoteles da mit seiner schrägen Syllogistik Pate gestanden haben? Wir werden das Problem auf jeden Fall im Auge behalten... Erst einmal geht es jetzt aber wieder in etwas ruhigeres Fahrwasser....

Was sich bei den obigen beiden Abschnitten vollzieht, ist der grundsätzliche Paradigmenwechsel von vom prädikatenlogischen Paradigma zum aristotelischen Paradigma... Es besteht aber ein himmelweiter Unterschied zwischen beiden Paradigmen... Nicht ist das prädikatenlogische Paradigma ganz klammheimlich dem aristotelischen Paradigma anzupassen, sondern umgekehrt, das aristotelische Paradigma der klassischen Syllogistik ist grundsätzlich und ganz offensiv dem tatsächlichen und einzig korrekten prädikatenlogischen Paradigma anzupassen... Ob wir selbst dies am Ende einmal durchführen können, kann ich im Augenblick noch nicht abschätzen... Möglich sollte es sein... Und wenn wir diesen Paradigmenwechsel in der aristotelischen Syllogistik nicht herbeizuführen imstande sind, wird es ein anderer sein...

Rekapitulieren wir die Situation: In der Prädikatenlogik vollzieht sich heute ganz allgemein ein Paradigmenwechsel von der eigentlich richtigen und korrekten prädikatenlogischen Form zu aristotelischen Form... Dieser schleichende Paradigmenwechsel wird stillschweigend von allen Logikern mitgetragen, ob mit schlechtem Gewissen oder ohne... Erstaunlich ist, dass überhaupt niemand auf die Idee kommt, zu fragen, was denn hier eigentlich falsch läuft... Dass die gesamte Prädikatenlogik damit kaputt ist, dürfte klar sein... Es macht daher einfach keinen Sinn, hier noch mit der Lektüre und Besprechung von Detels Logikband fortzufahren... Daher breche ich die Besprechung an dieser Stelle ab...

Wir scheinen es bei der formalen, mathematischen und modernen Logik mit vier Grundproblemen zu tun zu haben:

1. Die formale Logik ist eine Logik ohne Inhalt.
2. Mit formaler Logik lässt sich alles und nichts beweisen.
3. Die Implikation ist für alle formale Logik zentral. Sie enthält aber einen logischen Widerspruch, der zu den bekannten Paradoxien der Implikation führt, was der eigentliche Grund dafür ist, dass der Philosophie praktisch die gesamte Logik wegbricht, mit Ausnahme der Schlusslogik und der Syllogistik.
4. Der logische Hammer der Prädikatenlogik macht praktisch die gesamte Prädikatenlogik unbrauchbar, denn eine Vermischung von prädikatenlogischen und aristotelischem Quantorenparadigma macht die gesamte Prädikatenlogik kaputt und verstrickt sie in unüberbrückbare Widersprüche.

Joachim Stiller Münster, 2016

Ende

Zurück zur Startseite